

Kritische Phänomene

Kritische Phänomene

- Klassifizierung von Phasenübergängen
- Kritische Exponenten

Kritische Phänomene

- Klassifizierung von Phasenübergängen
- Kritische Exponenten
- Beispiele für Phasenübergänge

Kritische Phänomene

- Klassifizierung von Phasenübergängen
- Kritische Exponenten
- Beispiele für Phasenübergänge
- Skalentheorie

Kritische Phänomene

- Klassifizierung von Phasenübergängen
- Kritische Exponenten
- Beispiele für Phasenübergänge
- Skalentheorie
- Ausblick: Renormalisierungstheorie

Kritische Phänomene

- Klassifizierung von Phasenübergängen
- Kritische Exponenten
- Beispiele für Phasenübergänge
- Skalentheorie
- Ausblick: Renormalisierungstheorie

Klassifizierung von Phasenübergängen

Der Ordnungsparameter Ψ

Ziele:

- Beschreibung der Umstrukturierung

Klassifizierung von Phasenübergängen

Der Ordnungsparameter Ψ

Ziele:

- Beschreibung der Umstrukturierung
- Beschreibung der wesentlichen Unterschiede der Phasen

Klassifizierung von Phasenübergängen

Der Ordnungsparameter Ψ

Ziele:

- Beschreibung der Umstrukturierung
- Beschreibung der wesentlichen Unterschiede der Phasen

Anforderungen:

Klassifizierung von Phasenübergängen

Der Ordnungsparameter Ψ

Ziele:

- Beschreibung der Umstrukturierung
- Beschreibung der wesentlichen Unterschiede der Phasen

Anforderungen:

- vor dem Übergang $\Psi \neq 0$

Klassifizierung von Phasenübergängen

Der Ordnungsparameter Ψ

Ziele:

- Beschreibung der Umstrukturierung
- Beschreibung der wesentlichen Unterschiede der Phasen

Anforderungen:

- vor dem Übergang $\Psi \neq 0$
- nach dem Übergang $\Psi = 0$ oder Vorzeichenwechsel

Klassifizierung von Phasenübergängen

Der Ordnungsparameter Ψ

Ziele:

- Beschreibung der Umstrukturierung
- Beschreibung der wesentlichen Unterschiede der Phasen

Anforderungen:

- vor dem Übergang $\Psi \neq 0$
- nach dem Übergang $\Psi = 0$ oder Vorzeichenwechsel

Probleme:

Klassifizierung von Phasenübergängen

Der Ordnungsparameter Ψ

Ziele:

- Beschreibung der Umstrukturierung
- Beschreibung der wesentlichen Unterschiede der Phasen

Anforderungen:

- vor dem Übergang $\Psi \neq 0$
- nach dem Übergang $\Psi = 0$ oder Vorzeichenwechsel

Probleme:

- Ψ nicht immer eindeutig

Klassifizierung von Phasenübergängen

Der Ordnungsparameter Ψ

Ziele:

- Beschreibung der Umstrukturierung
- Beschreibung der wesentlichen Unterschiede der Phasen

Anforderungen:

- vor dem Übergang $\Psi \neq 0$
- nach dem Übergang $\Psi = 0$ oder Vorzeichenwechsel

Probleme:

- Ψ nicht immer eindeutig
- schwer zu bestimmen und zu untersuchen

Klassifizierung von Phasenübergängen

Der Ordnungsparameter Ψ

Ziele:

- Beschreibung der Umstrukturierung
- Beschreibung der wesentlichen Unterschiede der Phasen

Anforderungen:

- vor dem Übergang $\Psi \neq 0$
- nach dem Übergang $\Psi = 0$ oder Vorzeichenwechsel

Probleme:

- Ψ nicht immer eindeutig
- schwer zu bestimmen und zu untersuchen

Beispiele:

Klassifizierung von Phasenübergängen

Der Ordnungsparameter Ψ

Ziele:

- Beschreibung der Umstrukturierung
- Beschreibung der wesentlichen Unterschiede der Phasen

Anforderungen:

- vor dem Übergang $\Psi \neq 0$
- nach dem Übergang $\Psi = 0$ oder Vorzeichenwechsel

Probleme:

- Ψ nicht immer eindeutig
- schwer zu bestimmen und zu untersuchen

Beispiele:

- flüssig-gasförmig:

$\Psi = \rho_{\text{gas}} - \rho_{\text{fl}}$ ist ein geeigneter Parameter, ebenso ΔV oder ΔS

Klassifizierung von Phasenübergängen

Der Ordnungsparameter Ψ

Ziele:

- Beschreibung der Umstrukturierung
- Beschreibung der wesentlichen Unterschiede der Phasen

Anforderungen:

- vor dem Übergang $\Psi \neq 0$
- nach dem Übergang $\Psi = 0$ oder Vorzeichenwechsel

Probleme:

- Ψ nicht immer eindeutig
- schwer zu bestimmen und zu untersuchen

Beispiele:

- flüssig-gasförmig:

$\Psi = \rho_{\text{gas}} - \rho_{\text{fl}}$ ist ein geeigneter Parameter, ebenso ΔV oder ΔS

- magnetisch:

Magnetisierung bei kleinen äußeren Feldern

Klassifizierung von Phasenübergängen

Der Ordnungsparameter Ψ

Ziele:

- Beschreibung der Umstrukturierung
- Beschreibung der wesentlichen Unterschiede der Phasen

Anforderungen:

- vor dem Übergang $\Psi \neq 0$
- nach dem Übergang $\Psi = 0$ oder Vorzeichenwechsel

Probleme:

- Ψ nicht immer eindeutig
- schwer zu bestimmen und zu untersuchen

Beispiele:

- flüssig-gasförmig:

$\Psi = \rho_{\text{gas}} - \rho_{\text{fl}}$ ist ein geeigneter Parameter, ebenso ΔV oder ΔS

- magnetisch:

Magnetisierung bei kleinen äußeren Feldern

Klassifizierung von Phasenübergängen

Latente Wärme

- Entropiedifferenz $S_{\text{gas}} - S_{\text{fl}}$ entspricht Wärmemenge ΔQ , die dem System bei zugeführt werden muss, um Verdampfung zu erreichen

Klassifizierung von Phasenübergängen

Latente Wärme

- Entropiedifferenz $S_{\text{gas}} - S_{\text{fl}}$ entspricht Wärmemenge ΔQ , die dem System bei zugeführt werden muss, um Verdampfung zu erreichen
- Beispiel Wärmezufuhr bei Wasser:

Klassifizierung von Phasenübergängen

Latente Wärme

- Entropiedifferenz $S_{\text{gas}} - S_{\text{fl}}$ entspricht Wärmemenge ΔQ , die dem System bei zugeführt werden muss, um Verdampfung zu erreichen
- Beispiel Wärmezufuhr bei Wasser:
 - Temperatur nimmt zu bis $T = T_d(p)$

Klassifizierung von Phasenübergängen

Latente Wärme

- Entropiedifferenz $S_{\text{gas}} - S_{\text{fl}}$ entspricht Wärmemenge ΔQ , die dem System bei zugeführt werden muss, um Verdampfung zu erreichen
- Beispiel Wärmezufuhr bei Wasser:
 - Temperatur nimmt zu bis $T = T_d(p)$
 - $T = \text{const.}$ Während des Übergangs

Klassifizierung von Phasenübergängen

Latente Wärme

- Entropiedifferenz $S_{\text{gas}} - S_{\text{fl}}$ entspricht Wärmemenge ΔQ , die dem System bei zugeführt werden muss, um Verdampfung zu erreichen
- Beispiel Wärmezufuhr bei Wasser:
 - Temperatur nimmt zu bis $T = T_d(p)$
 - $T = \text{const.}$ Während des Übergangs
 - Energie wird zum Aufbrechen der Bindungen benötigt

Klassifizierung von Phasenübergängen

Latente Wärme

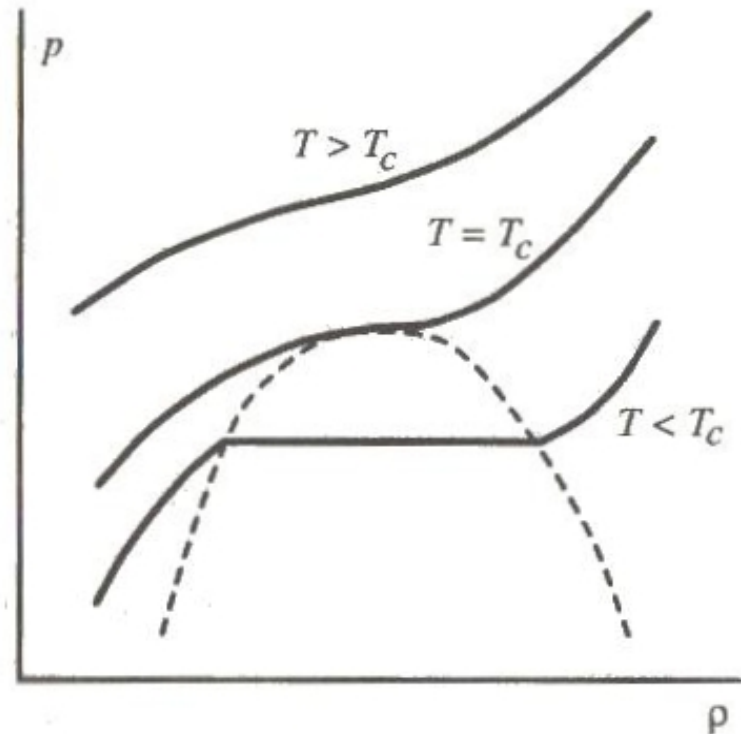
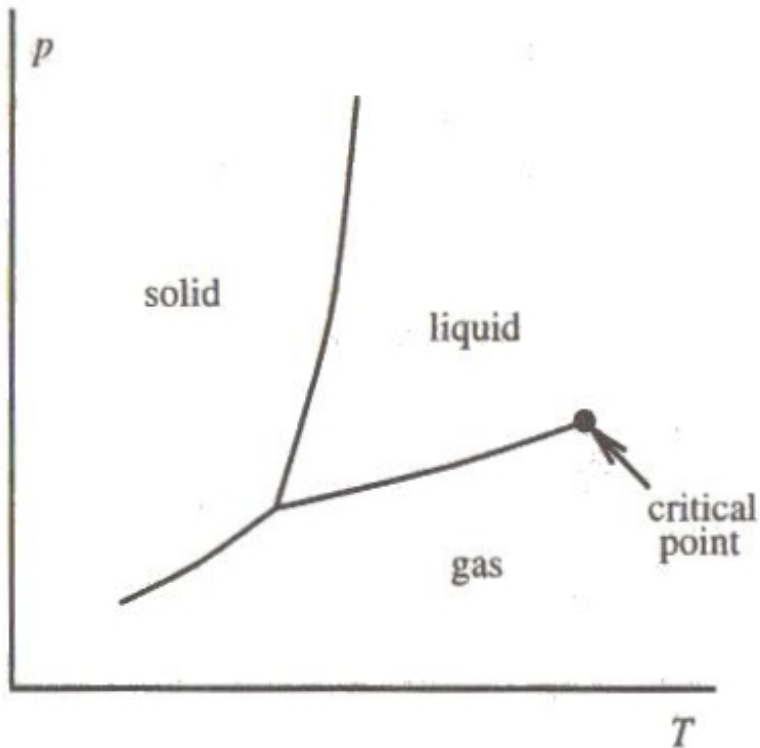
- Entropiedifferenz $S_{\text{gas}} - S_{\text{fl}}$ entspricht Wärmemenge ΔQ , die dem System bei zugeführt werden muss, um Verdampfung zu erreichen
- Beispiel Wärmezufuhr bei Wasser:
 - Temperatur nimmt zu bis $T = T_d(p)$
 - $T = \text{const.}$ Während des Übergangs
 - Energie wird zum Aufbrechen der Bindungen benötigt
 - C_p divergiert bei $T = T_d$

Klassifizierung von Phasenübergängen

Latente Wärme

- Entropiedifferenz $S_{\text{gas}} - S_{\text{fl}}$ entspricht Wärmemenge ΔQ , die dem System bei zugeführt werden muss, um Verdampfung zu erreichen
- Beispiel Wärmezufuhr bei Wasser:
 - Temperatur nimmt zu bis $T = T_d(p)$
 - $T = \text{const.}$ Während des Übergangs
 - Energie wird zum Aufbrechen der Bindungen benötigt
 - C_p divergiert bei $T = T_d$

Klassifizierung von Phasenübergängen



Klassifizierung von Phasenübergängen

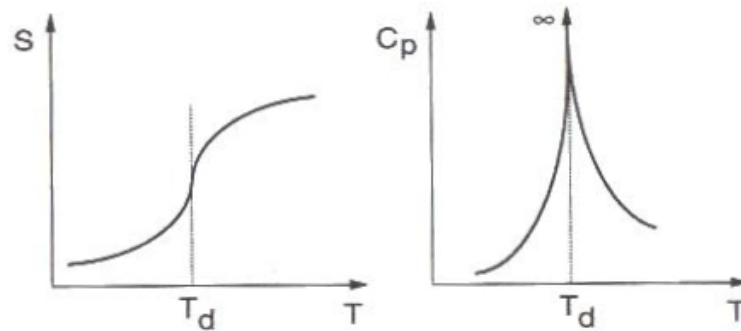
- Übergänge, die mit Entropiesprung bzw. latenter Wärme verbunden sind bzw. bei denen der Ordnungsparameter springt, werden als *diskontinuierlich* oder *erster Ordnung* bezeichnet
- Phasenübergänge mit stetigem Entropieverlauf bzw. Ordnungsparameter heißen *kontinuierlich* oder *zweiter* oder *höherer Ordnung*

Klassifizierung von Phasenübergängen

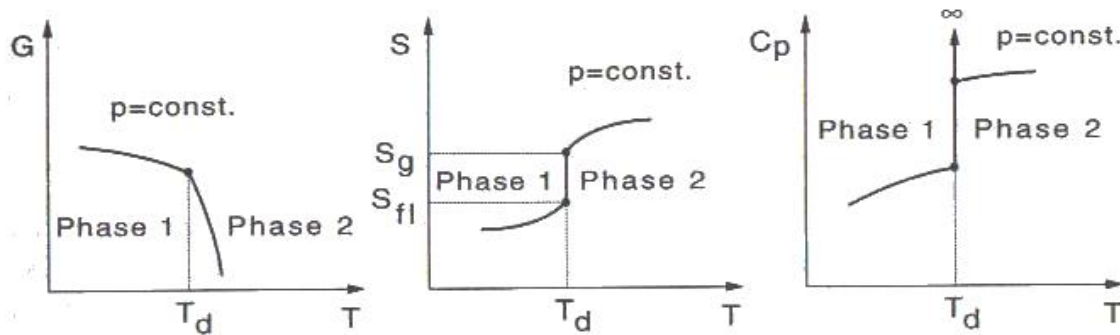
- Übergänge, die mit Entropiesprung bzw. latenter Wärme verbunden sind bzw. bei denen der Ordnungsparameter springt, werden als *diskontinuierlich* oder *erster Ordnung* bezeichnet
- Phasenübergänge mit stetigem Entropieverlauf bzw. Ordnungsparameter heißen *kontinuierlich* oder *zweiter* oder *höherer Ordnung*
- Unterscheidung von Paul Ehrenfest zwischen Phasenübergängen erster, zweiter, dritter Ordnung usw. abhängig davon ob die erste zweite oder höhere partielle Ableitung eines Potentials unstetig ist, ist unzutreffend

Klassifizierung von Phasenübergängen

- Übergänge, die mit Entropiesprung bzw. latenter Wärme verbunden sind bzw. bei denen der Ordnungsparameter springt, werden als *diskontinuierlich* oder *erster Ordnung* bezeichnet
- Phasenübergänge mit stetigem Entropieverlauf bzw. Ordnungsparameter heißen *kontinuierlich* oder *zweiter* oder *höherer Ordnung*
- Unterscheidung von Paul Ehrenfest zwischen Phasenübergängen erster, zweiter, dritter Ordnung usw. abhängig davon ob die erste zweite oder höhere partielle Ableitung eines Potentials unstetig ist, ist unzutreffend

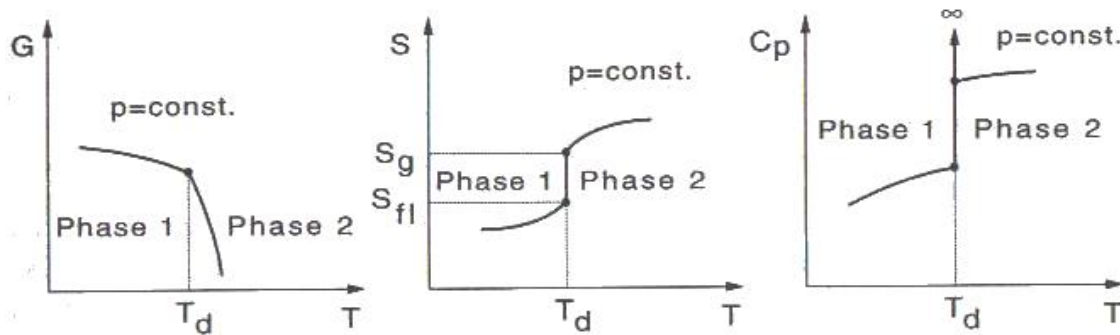


Klassifizierung von Phasenübergängen

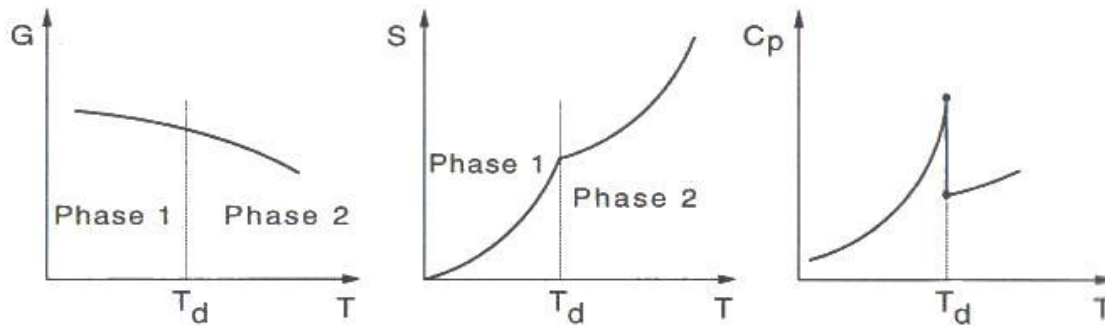


freie Enthalpie, Entropie und Wärmekapazität in Abhängigkeit von der Temperatur für einen Phasenübergang 1. Ordnung

Klassifizierung von Phasenübergängen



freie Enthalpie, Entropie und Wärmekapazität in Abhängigkeit von der Temperatur für einen Phasenübergang 1. Ordnung



freie Enthalpie, Entropie und Wärmekapazität in Abhängigkeit von der Temperatur für einen Phasenübergang 2. Ordnung

Kritische Exponenten

Um das Verhalten der wichtigsten thermodynamischen Größen in unmittelbarer Nähe des kritischen Punktes zu beschreiben, benutzt man Potenzgesetze, deren Exponenten man als *kritische Indizes* bezeichnet

Kritische Exponenten

Beispiel Übergang flüssig-gasförmig:

Es werden sechs kritische Indizes $\alpha, \alpha', \beta, \gamma, \gamma', \delta$ benötigt.

Der Ordnungsparameter Ψ verschwindet wie

$$\Psi = \rho_{\text{gas}} - \rho_{\text{fl}} \sim (1 - T/T_c)^\beta$$

Kritische Exponenten

Beispiel Übergang flüssig-gasförmig:

Es werden sechs kritische Indizes $\alpha, \alpha', \beta, \gamma, \gamma', \delta$ benötigt.

Der Ordnungsparameter Ψ verschwindet wie

$$\Psi = \rho_{\text{gas}} - \rho_{\text{fl}} \sim (1 - T/T_c)^\beta$$

Die spezifische Wärme kann für $T \rightarrow T_c$ unterschiedlich divergieren, je nachdem, von welcher Seite man sich nähert:

$$C_v = v_c \sim (T/T_c - 1)^{-\alpha} \text{ für } T \geq T_c$$

$$C_v = v_c \sim (1 - T/T_c)^{-\alpha'} \text{ für } T \leq T_c$$

Kritische Exponenten

Beispiel Übergang flüssig-gasförmig:

Es werden sechs kritische Indizes $\alpha, \alpha', \beta, \gamma, \gamma', \delta$ benötigt.

Der Ordnungsparameter Ψ verschwindet wie

$$\Psi = \rho_{\text{gas}} - \rho_{\text{fl}} \sim (1 - T/T_c)^\beta$$

Die spezifische Wärme kann für $T \rightarrow T_c$ unterschiedlich divergieren, je nachdem, von welcher Seite man sich nähert:

$$C_v = v_c \sim (T/T_c - 1)^{-\alpha} \text{ für } T \geq T_c$$

$$C_v = v_c \sim (1 - T/T_c)^{-\alpha'} \text{ für } T \leq T_c$$

Entsprechendes Verhalten findet man für die Kompressibilität:

$$K \sim (T/T_c - 1)^{-\gamma} \text{ für } T \geq T_c$$

$$K \sim (1 - T/T_c)^{-\gamma'} \text{ für } T \leq T_c$$

Kritische Exponenten

Beispiel Übergang flüssig-gasförmig:

Es werden sechs kritische Indizes $\alpha, \alpha', \beta, \gamma, \gamma', \delta$ benötigt.

Der Ordnungsparameter Ψ verschwindet wie

$$\Psi = \rho_{\text{gas}} - \rho_{\text{fl}} \sim (1 - T/T_c)^\beta$$

Die spezifische Wärme kann für $T \rightarrow T_c$ unterschiedlich divergieren, je nachdem, von welcher Seite man sich nähert:

$$C_v = v_c \sim (T/T_c - 1)^{-\alpha} \text{ für } T \geq T_c$$

$$C_v = v_c \sim (1 - T/T_c)^{-\alpha'} \text{ für } T \leq T_c$$

Entsprechendes Verhalten findet man für die Kompressibilität:

$$K \sim (T/T_c - 1)^{-\gamma} \text{ für } T \geq T_c$$

$$K \sim (1 - T/T_c)^{-\gamma'} \text{ für } T \leq T_c$$

δ beschreibt die kritische Isotherme:

$$\rho - \rho_c \sim |\rho - \rho_c|^\delta \text{ für } T = T_c$$

Kritische Exponenten

Beispiel Übergang flüssig-gasförmig:

Es werden sechs kritische Indizes $\alpha, \alpha', \beta, \gamma, \gamma', \delta$ benötigt.

Der Ordnungsparameter Ψ verschwindet wie

$$\Psi = \rho_{\text{gas}} - \rho_{\text{fl}} \sim (1 - T/T_c)^\beta$$

Die spezifische Wärme kann für $T \rightarrow T_c$ unterschiedlich divergieren, je nachdem, von welcher Seite man sich nähert:

$$C_v = v_c \sim (T/T_c - 1)^{-\alpha} \text{ für } T \geq T_c$$

$$C_v = v_c \sim (1 - T/T_c)^{-\alpha'} \text{ für } T \leq T_c$$

Entsprechendes Verhalten findet man für die Kompressibilität:

$$K \sim (T/T_c - 1)^{-\gamma} \text{ für } T \geq T_c$$

$$K \sim (1 - T/T_c)^{-\gamma'} \text{ für } T \leq T_c$$

δ beschreibt die kritische Isotherme:

$$\rho - \rho_c \sim |\rho - \rho_c|^\delta \text{ für } T = T_c$$

Kritische Exponenten

Außerdem treten noch Exponenten für die Korrelationsfunktion auf:

Korrelationslänge $\xi \sim |t|^{-\nu}$, $t = T_c - T$

Korrelationsfunktion $\Gamma(r) \rightarrow r^{-p} e^{-r/\xi}$, $p = d - 2 + \eta$

Kritische Exponenten

Außerdem treten noch Exponenten für die Korrelationsfunktion auf:

Korrelationslänge $\xi \sim |t|^{-\nu}$, $t = T_c - T$

Korrelationsfunktion $\Gamma(r) \rightarrow r^{-p} e^{-r/\xi}$, $p = d - 2 + \eta$

Die Suszeptibilität X verhält sich wie die Kompressibilität:

$X \sim (T/T_c - 1)^{-\gamma}$ für $T \geq T_c$

$X \sim (1 - T/T_c)^{-\gamma'}$ für $T \leq T_c$

Kritische Exponenten

Außerdem treten noch Exponenten für die Korrelationsfunktion auf:

Korrelationslänge $\xi \sim |t|^{-\nu}$, $t = T_c - T$

Korrelationsfunktion $\Gamma(r) \rightarrow r^{-p} e^{-r/\xi}$, $p = d - 2 + \eta$

Die Suszeptibilität X verhält sich wie die Kompressibilität:

$X \sim (T/T_c - 1)^{-\gamma}$ für $T \geq T_c$

$X \sim (1 - T/T_c)^{-\gamma'}$ für $T \leq T_c$

Die Magnetisierung wird ebenfalls durch δ beschrieben:

$M \sim H^{-1/\delta}$

Kritische Exponenten

Außerdem treten noch Exponenten für die Korrelationsfunktion auf:

Korrelationslänge $\xi \sim |t|^{-\nu}$, $t = T_c - T$

Korrelationsfunktion $\Gamma(r) \rightarrow r^{-p} e^{-r/\xi}$, $p = d - 2 + \eta$

Die Suszeptibilität X verhält sich wie die Kompressibilität:

$X \sim (T/T_c - 1)^{-\gamma}$ für $T \geq T_c$

$X \sim (1 - T/T_c)^{-\gamma'}$ für $T \leq T_c$

Die Magnetisierung wird ebenfalls durch δ beschrieben:

$M \sim H^{-1/\delta}$

Kritische Exponenten

Exponent	Ar	CO ₂	3He	4He	MFT
α'	<0,25	0,124	0,105	0,017	0
α	<0,40	0,124	0,105	0,017	0
β	0,362	0,34	0,361	0,354	1/2
γ'	1,20	1,1	1,17	1,24	1
γ	1,20	1,35	1,17	1,24	1
δ	-	5,0	4,21	4,00	3

- einfache Gase (außer 4He) zeigen übereinstimmendes Verhalten

- Meanfieldexponenten stimmen qualitativ recht gut, sind allerdings nicht gerade sehr exakt

Kritische Exponenten

- Besonderheit der Indizes: Universalität
- Völlig unterschiedliche Systeme mit kritischen Temperaturen, die oft um viele Größenordnungen abweichen, haben etwa gleiche Exponenten

Kritische Exponenten

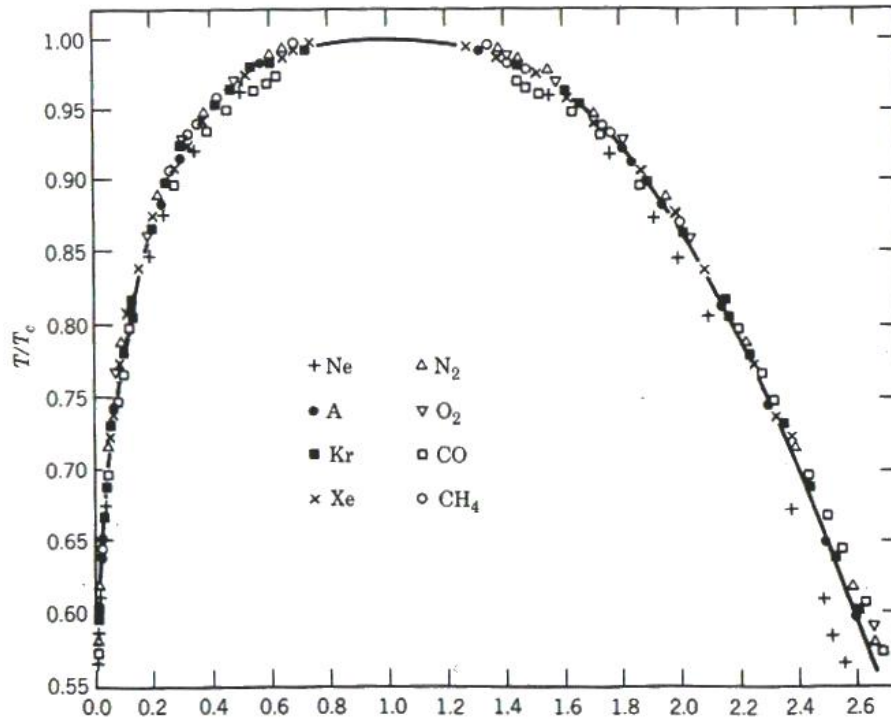
- Besonderheit der Indizes: Universalität
- Völlig unterschiedliche Systeme mit kritischen Temperaturen, die oft um viele Größenordnungen abweichen, haben etwa gleiche Exponenten
- Beispiel: Reduzierte Temperatur T/T_c wird gegen die reduzierte Dichte n/n_c für acht verschiedene Substanzen im flüssig-gas-Koexistenzbereich aufgetragen:

Kritische Exponenten

- Besonderheit der Indizes: Universalität
- Völlig unterschiedliche Systeme mit kritischen Temperaturen, die oft um viele Größenordnungen abweichen, haben etwa gleiche Exponenten
- Beispiel: Reduzierte Temperatur T/T_c wird gegen die reduzierte Dichte n/n_c für acht verschiedene Substanzen im flüssig-gas-Koexistenzbereich aufgetragen:

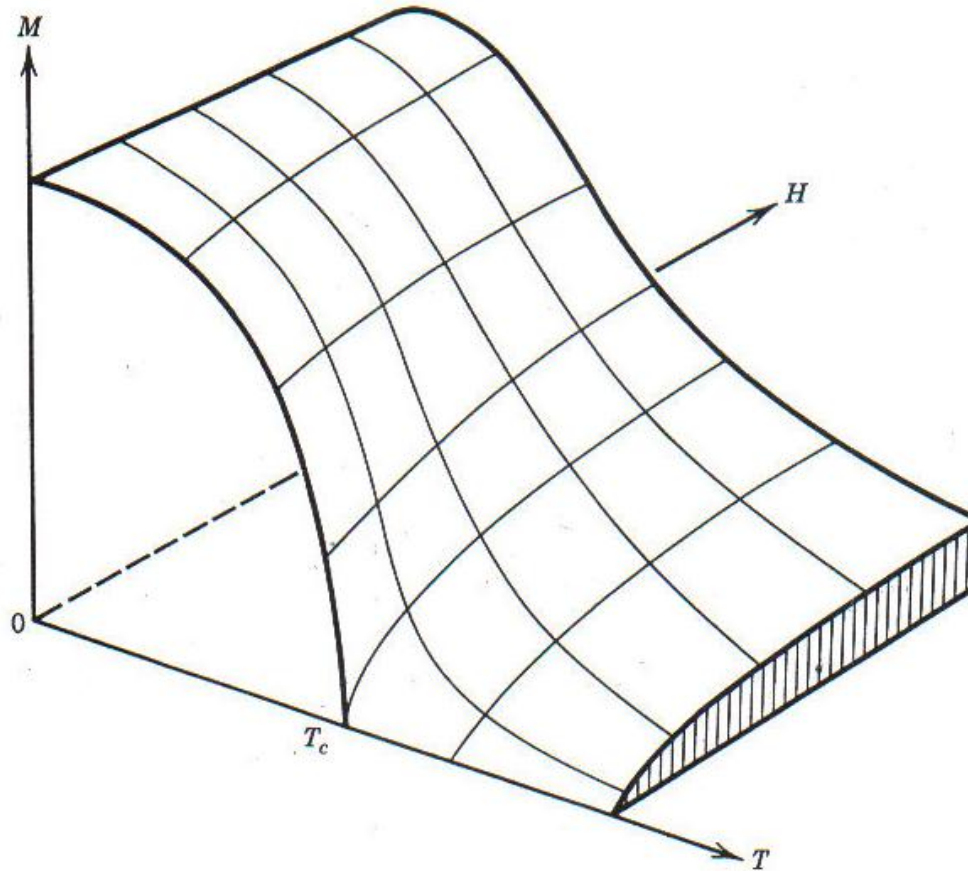
Kritische Exponenten

- Besonderheit der Indizes: Universalität
- Völlig unterschiedliche Systeme mit kritischen Temperaturen, die oft um viele Größenordnungen abweichen, haben etwa gleiche Exponenten
- Beispiel: Reduzierte Temperatur T/T_c wird gegen die reduzierte Dichte n/n_c für acht verschiedene Substanzen im flüssig-gas-Koexistenzbereich aufgetragen:



Beispiele für Phasenübergänge

1. Magnetische Phasenumwandlung



Beispiele für Phasenübergänge

Phasenübergang erster Ordnung:

- $H > 0$: nichtparallele Spins werden ausgerichtet

Beispiele für Phasenübergänge

Phasenübergang erster Ordnung:

- $H > 0$: nichtparallele Spins werden ausgerichtet
- Beim Nulldurchgang von H :
 - M springt nach unten

Beispiele für Phasenübergänge

Phasenübergang erster Ordnung:

- $H > 0$: nichtparallele Spins werden ausgerichtet
- Beim Nulldurchgang von H :
 - M springt nach unten
- daher Übergang erster Ordnung

Beispiele für Phasenübergänge

Phasenübergang erster Ordnung:

- $H > 0$: nichtparallele Spins werden ausgerichtet
- Beim Nulldurchgang von H :
 - M springt nach unten
- daher Übergang erster Ordnung
- Spontane Magnetisierung: $dm(T, H \rightarrow 0^+) \sim (1 - T/T_c)^\beta$, $\beta \approx 0,33$

Beispiele für Phasenübergänge

Phasenübergang erster Ordnung:

- $H > 0$: nichtparallele Spins werden ausgerichtet
- Beim Nulldurchgang von H :
 - M springt nach unten
- daher Übergang erster Ordnung
- Spontane Magnetisierung: $dm(T, H \rightarrow 0+) \sim (1 - T/T_c)^\beta$, $\beta \approx 0,33$

Beispiele für Phasenübergänge

Phasenübergang zweiter Ordnung:

- Bestimmte Materialien weisen unterhalb einer bestimmten Temperatur (Curie-Temperatur) ferromagnetische Eigenschaften auf, während sie oberhalb dieser Temperatur paramagnetisch sind

Beispiele für Phasenübergänge

Phasenübergang zweiter Ordnung:

- Bestimmte Materialien weisen unterhalb einer bestimmten Temperatur (Curie-Temperatur) ferromagnetische Eigenschaften auf, während sie oberhalb dieser Temperatur paramagnetisch sind
- $T > T_c$: Koppelung der Dipole bricht auf

Beispiele für Phasenübergänge

Phasenübergang zweiter Ordnung:

- Bestimmte Materialien weisen unterhalb einer bestimmten Temperatur (Curie-Temperatur) ferromagnetische Eigenschaften auf, während sie oberhalb dieser Temperatur paramagnetisch sind
- $T > T_c$: Koppelung der Dipole bricht auf
- Suszeptibilität: $\chi \sim |1 - T/T_c|^{-\gamma}$, $\gamma \approx 1,33$

Beispiele für Phasenübergänge

Phasenübergang zweiter Ordnung:

- Bestimmte Materialien weisen unterhalb einer bestimmten Temperatur (Curie-Temperatur) ferromagnetische Eigenschaften auf, während sie oberhalb dieser Temperatur paramagnetisch sind
- $T > T_c$: Koppelung der Dipole bricht auf
- Suszeptibilität: $\chi \sim |1 - T/T_c|^{-\gamma}$, $\gamma \approx 1,33$
- γ , β ähnlich wie am Übergang flüssig – gasförmig

Beispiele für Phasenübergänge

Phasenübergang zweiter Ordnung:

- Bestimmte Materialien weisen unterhalb einer bestimmten Temperatur (Curie-Temperatur) ferromagnetische Eigenschaften auf, während sie oberhalb dieser Temperatur paramagnetisch sind
- $T > T_c$: Koppelung der Dipole bricht auf
- Suszeptibilität: $\chi \sim |1 - T/T_c|^{-\gamma}$, $\gamma \approx 1,33$
- γ , β ähnlich wie am Übergang flüssig – gasförmig

Beispiele für Phasenübergänge

2. Ordnung – Unordnung

- Tieftemperaturphase besitzt gewisse Ordnung, die während der Phasenumwandlung verloren geht.

Beispiele für Phasenübergänge

2. Ordnung – Unordnung

- Tieftemperaturphase besitzt gewisse Ordnung, die während der Phasenumwandlung verloren geht.
- Unterscheidung zwischen Lageordnung (Anordnung im Gitter) und Orientierungsordnung (Orientierung der Moleküle zueinander)

Beispiele für Phasenübergänge

2. Ordnung – Unordnung

- Tieftemperaturphase besitzt gewisse Ordnung, die während der Phasenumwandlung verloren geht.
- Unterscheidung zwischen Lageordnung (Anordnung im Gitter) und Orientierungsordnung (Orientierung der Moleküle zueinander)

Beispiele für Phasenübergänge

a) Lageordnung:

Beispiel β -Messing CuZn:

$T_c = 465^\circ\text{C}$, $T_s \approx 900 - 925^\circ\text{C}$

Unterhalb der kritischen Temperatur sind die Moleküle kubisch-raumzentriert geordnet, darüber statistisch auf den Gitterpunkten verteilt:

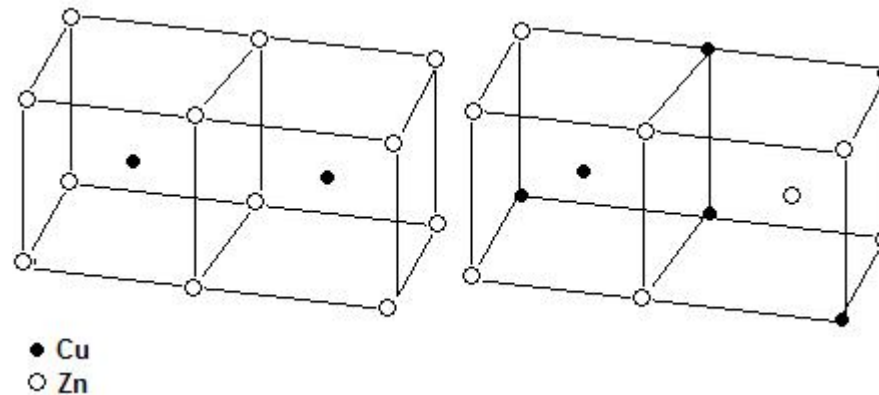
Beispiele für Phasenübergänge

a) Lageordnung:

Beispiel β -Messing CuZn:

$T_c = 465^\circ\text{C}$, $T_s \approx 900 - 925^\circ\text{C}$

Unterhalb der kritischen Temperatur sind die Moleküle kubisch-raumzentriert geordnet, darüber statistisch auf den Gitterpunkten verteilt:



Beispiele für Phasenübergänge

b) Orientierungsordnung

Beispiel Natriumnitrit NaNO_2 :

$T_c = 163^\circ\text{C}$, $T_s = 280^\circ\text{C}$

- In der Tieftemperaturphase sind die Nitritmoleküle NO_2 - alle bezüglich der Molekülebene ausgerichtet

Beispiele für Phasenübergänge

b) Orientierungsordnung

Beispiel Natriumnitrit NaNO_2 :

$T_c = 163^\circ\text{C}$, $T_s = 280^\circ\text{C}$

- In der Tieftemperaturphase sind die Nitritmoleküle NO_2^- alle bezüglich der Molekülebene ausgerichtet
- Da NO_2^- ein starkes Dipolmoment besitzt, besitzt NaNO_2 ein makroskopisches Dipolmoment

Beispiele für Phasenübergänge

b) Orientierungsordnung

Beispiel Natriumnitrit NaNO_2 :

$T_c = 163^\circ\text{C}$, $T_s = 280^\circ\text{C}$

- In der Tieftemperaturphase sind die Nitritmoleküle NO_2^- alle bezüglich der Molekülebene ausgerichtet
- Da NO_2^- ein starkes Dipolmoment besitzt, besitzt NaNO_2 ein makroskopisches Dipolmoment
- wird, entsprechend dem Ferromagneten, Ferroelektrikum genannt

Beispiele für Phasenübergänge

b) Orientierungsordnung

Beispiel Natriumnitrit NaNO_2 :

$T_c = 163^\circ\text{C}$, $T_s = 280^\circ\text{C}$

- In der Tieftemperaturphase sind die Nitritmoleküle NO_2^- alle bezüglich der Molekülebene ausgerichtet.
- Da NO_2^- ein starkes Dipolmoment besitzt, besitzt NaNO_2 ein makroskopisches Dipolmoment
- wird, entsprechend dem Ferromagneten, Ferroelektrikum genannt
- oberhalb der kritischen Temperatur sind die NO_2^- Moleküle frei um die O-O-Achse drehbar

Beispiele für Phasenübergänge

b) Orientierungsordnung

Beispiel Natriumnitrit NaNO_2 :

$T_c = 163^\circ\text{C}$, $T_s = 280^\circ\text{C}$

- In der Tieftemperaturphase sind die Nitritmoleküle NO_2^- alle bezüglich der Molekülebene ausgerichtet.
- Da NO_2^- ein starkes Dipolmoment besitzt, besitzt NaNO_2 ein makroskopisches Dipolmoment
- wird, entsprechend dem Ferromagneten, Ferroelektrikum genannt
- oberhalb der kritischen Temperatur sind die NO_2^- Moleküle frei um die O-O-Achse drehbar
- das makroskopische Dipolmoment geht verloren

Beispiele für Phasenübergänge

b) Orientierungsordnung

Beispiel Natriumnitrit NaNO_2 :

$T_c = 163^\circ\text{C}$, $T_s = 280^\circ\text{C}$

- In der Tieftemperaturphase sind die Nitritmoleküle NO_2^- alle bezüglich der Molekülebene ausgerichtet.
- Da NO_2^- ein starkes Dipolmoment besitzt, besitzt NaNO_2 ein makroskopisches Dipolmoment
- wird, entsprechend dem Ferromagneten, Ferroelektrikum genannt
- oberhalb der kritischen Temperatur sind die NO_2^- Moleküle frei um die O-O-Achse drehbar
- das makroskopische Dipolmoment geht verloren

Beispiele für Phasenübergänge

3. Umordnung der Kristallstruktur

Viele feste Phasen können unterschiedliche Kristallstrukturen annehmen

- Beispiel Eis I – VI bei Drücken von $p = 1$ bis 8000 bar

Beispiele für Phasenübergänge

3. Umordnung der Kristallstruktur

Viele feste Phasen können unterschiedliche Kristallstrukturen annehmen

- Beispiel Eis I – VI bei Drücken von $p = 1$ bis 8000 bar
- Beispiel Kohlenstoff:

Beispiele für Phasenübergänge

3. Umordnung der Kristallstruktur

Viele feste Phasen können unterschiedliche Kristallstrukturen annehmen

- Beispiel Eis I – VI bei Drücken von $p = 1$ bis 8000 bar
- Beispiel Kohlenstoff:

Unterhalb von etwa 4000 K existieren abhängig vom Druck 3 Phasen: Graphit, Diamant und ein Metall. Dies ist bei nichtmetallischen Materialien bei hohen Drücken oft der Fall.

Beispiele für Phasenübergänge

3. Umordnung der Kristallstruktur

Viele feste Phasen können unterschiedliche Kristallstrukturen annehmen

- Beispiel Eis I – VI bei Drücken von $p = 1$ bis 8000 bar
- Beispiel Kohlenstoff:

Unterhalb von etwa 4000 K existieren abhängig vom Druck 3 Phasen: Graphit, Diamant und ein Metall. Dies ist bei nichtmetallischen Materialien bei hohen Drücken oft der Fall.

- Ebenso geht Zinn unterhalb von $T_c = 13,2^\circ\text{C}$ aus einer Metallischen Phase mit tetragonaler Symmetrie in eine Halbleiterphase mit Diamantstruktur über.

Beispiele für Phasenübergänge

3. Umordnung der Kristallstruktur

Viele feste Phasen können unterschiedliche Kristallstrukturen annehmen

- Beispiel Eis I – VI bei Drücken von $p = 1$ bis 8000 bar
- Beispiel Kohlenstoff:

Unterhalb von etwa 4000 K existieren abhängig vom Druck 3 Phasen: Graphit, Diamant und ein Metall. Dies ist bei nichtmetallischen Materialien bei hohen Drücken oft der Fall.

- Ebenso geht Zinn unterhalb von $T_c = 13,2^\circ\text{C}$ aus einer Metallischen Phase mit tetragonaler Symmetrie in eine Halbleiterphase mit Diamantstruktur über.

Beispiele für Phasenübergänge

4. Supraleitung

- Ordnungsparameter Ψ ist durch den thermodynamischen Mittelwert der Wellenfunktion der supraleitenden Cooper-Paare gegeben

Beispiele für Phasenübergänge

4. Supraleitung

- Ordnungsparameter Ψ ist durch den thermodynamischen Mittelwert der Wellenfunktion der supraleitenden Cooper-Paare gegeben
- Bei Annäherung an den kritischen Punkt sollte Ψ wie $(1 - T/T_c)^\beta$ verschwinden

Beispiele für Phasenübergänge

4. Supraleitung

- Ordnungsparameter Ψ ist durch den thermodynamischen Mittelwert der Wellenfunktion der supraleitenden Cooper-Paare gegeben
- Bei Annäherung an den kritischen Punkt sollte Ψ wie $(1 - T/T_c)^\beta$ verschwinden
- Experimentell findet man $\beta \approx 0,33$, was die Universalität der Phasenübergänge zweiter Ordnung erneut bestätigt

Beispiele für Phasenübergänge

4. Supraleitung

- Ordnungsparameter Ψ ist durch den thermodynamischen Mittelwert der Wellenfunktion der supraleitenden Cooper-Paare gegeben
- Bei Annäherung an den kritischen Punkt sollte Ψ wie $(1 - T/T_c)^\beta$ verschwinden
- Experimentell findet man $\beta \approx 0,33$, was die Universalität der Phasenübergänge zweiter Ordnung erneut bestätigt
- Supraleiter zeichnen sich durch zwei Effekte aus:

Beispiele für Phasenübergänge

4. Supraleitung

- Ordnungsparameter Ψ ist durch den thermodynamischen Mittelwert der Wellenfunktion der supraleitenden Cooper-Paare gegeben
- Bei Annäherung an den kritischen Punkt sollte Ψ wie $(1 - T/T_c)^\beta$ verschwinden
- Experimentell findet man $\beta \approx 0,33$, was die Universalität der Phasenübergänge zweiter Ordnung erneut bestätigt
- Supraleiter zeichnen sich durch zwei Effekte aus:
 - **Leitung ohne Widerstand**

Beispiele für Phasenübergänge

4. Supraleitung

- Ordnungsparameter Ψ ist durch den thermodynamischen Mittelwert der Wellenfunktion der supraleitenden Cooper-Paare gegeben
- Bei Annäherung an den kritischen Punkt sollte Ψ wie $(1 - T/T_c)^\beta$ verschwinden
- Experimentell findet man $\beta \approx 0,33$, was die Universalität der Phasenübergänge zweiter Ordnung erneut bestätigt
- Supraleiter zeichnen sich durch zwei Effekte aus:
 - Leitung ohne Widerstand
 - Perfekter Diamagnet

Beispiele für Phasenübergänge

4. Supraleitung

- Ordnungsparameter Ψ ist durch den thermodynamischen Mittelwert der Wellenfunktion der supraleitenden Cooper-Paare gegeben
- Bei Annäherung an den kritischen Punkt sollte Ψ wie $(1 - T/T_c)^\beta$ verschwinden
- Experimentell findet man $\beta \approx 0,33$, was die Universalität der Phasenübergänge zweiter Ordnung erneut bestätigt
- Supraleiter zeichnen sich durch zwei Effekte aus:
 - Leitung ohne Widerstand
 - Perfekter Diamagnet

Beispiele für Phasenübergänge

1. Leitung ohne Widerstand:

- Streuprozesse mit Phononen →
Widerstand

Beispiele für Phasenübergänge

1. Leitung ohne Widerstand:

- Streuprozesse mit Phononen → Widerstand
- Tiefe Temperaturen: Austausch von Phononen zwischen zwei Elektronen kann zu gebundenem Zustand (Cooper-Paar) führen

Beispiele für Phasenübergänge

1. Leitung ohne Widerstand:

- Streuprozesse mit Phononen → Widerstand
- Tiefe Temperaturen: Austausch von Phononen zwischen zwei Elektronen kann zu gebundenem Zustand (Cooper-Paar) führen
- Gebundene Zustände von freien Einteilchenzuständen durch Energielücke (Gap G) getrennt

Beispiele für Phasenübergänge

1. Leitung ohne Widerstand:

- Streuprozesse mit Phononen → Widerstand
- Tiefe Temperaturen: Austausch von Phononen zwischen zwei Elektronen kann zu gebundenem Zustand (Cooper-Paar) führen
- Gebundene Zustände von freien Einteilchenzuständen durch Energielücke (Gap G) getrennt
- Erst wenn $I > I_c(G)$: Einteilchenstreuungen möglich und Supraleitung bricht zusammen

Beispiele für Phasenübergänge

1. Leitung ohne Widerstand:

- Streuprozesse mit Phononen → Widerstand
- Tiefe Temperaturen: Austausch von Phononen zwischen zwei Elektronen kann zu gebundenem Zustand (Cooper-Paar) führen
- Gebundene Zustände von freien Einteilchenzuständen durch Energielücke (Gap G) getrennt
- Erst wenn $I > I_c(G)$: Einteilchenstreuungen möglich und Supraleitung bricht zusammen

2. Perfekter Diamagnet:

- H wird im Inneren eines Supraleiters durch Induktion eines entgegengesetzten Feldes völlig abgeschirmt

Beispiele für Phasenübergänge

1. Leitung ohne Widerstand:

- Streuprozesse mit Phononen → Widerstand
- Tiefe Temperaturen: Austausch von Phononen zwischen zwei Elektronen kann zu gebundenem Zustand (Cooper-Paar) führen
- Gebundene Zustände von freien Einteilchenzuständen durch Energielücke (Gap G) getrennt
- Erst wenn $I > I_c(G)$: Einteilchenstreuungen möglich und Supraleitung bricht zusammen

2. Perfekter Diamagnet:

- H wird im Inneren eines Supraleiters durch Induktion eines entgegengesetzten Feldes völlig abgeschirmt
- Bezüglich dieses Effektes unterteilt man in Supraleiter erster und zweiter Art:

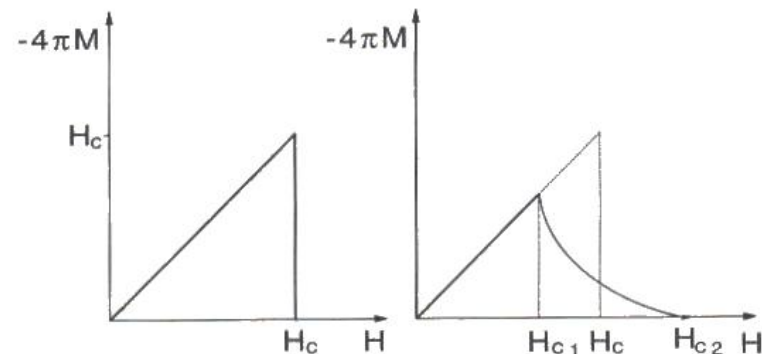
Beispiele für Phasenübergänge

1. Leitung ohne Widerstand:

- Streuprozesse mit Phononen → Widerstand
- Tiefe Temperaturen: Austausch von Phononen zwischen zwei Elektronen kann zu gebundenem Zustand (Cooper-Paar) führen
- Gebundene Zustände von freien Einteilchenzuständen durch Energielücke (Gap G) getrennt
- Erst wenn $I > I_c(G)$: Einteilchenstreuungen möglich und Supraleitung bricht zusammen

2. Perfekter Diamagnet:

- H wird im Inneren eines Supraleiters durch Induktion eines entgegengesetzten Feldes völlig abgeschirmt
- Bezüglich dieses Effektes unterteilt man in Supraleiter erster und zweiter Art:



Beispiele für Phasenübergänge

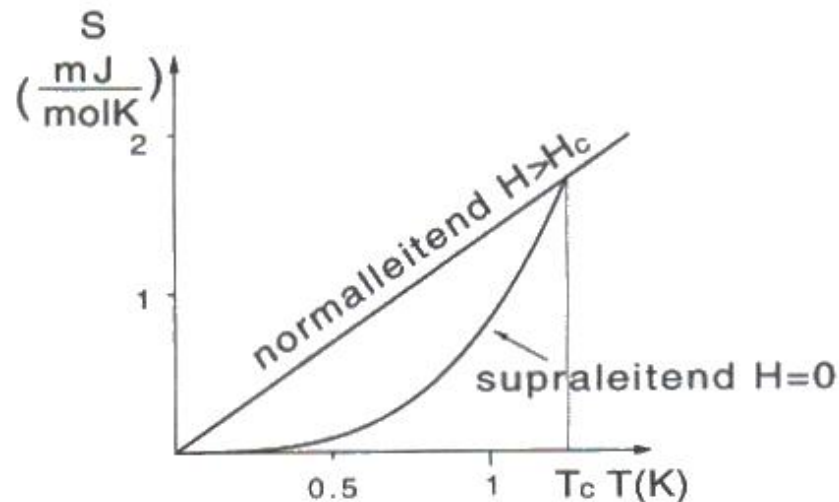
Anmerkung:

$S_s < S_n$ wenn $T < T_c$ und S_n erzwungen durch $H > H_c$

$T = T_c$: Entropie weist Knick auf

→ Sprung der spezifische Wärme

→ Übergang zweiter Ordnung



Skalentheorie

Korrelationslänge

- Störung: Auswirkungen der Größenordnung der Wechselwirkung zwischen Flüssigkeitsmolekülen

Skalentheorie

Korrelationslänge

- Störung: Auswirkungen der Größenordnung der Wechselwirkung zwischen Flüssigkeitsmolekülen
- Diese Entfernung ist die Korrelationslänge ξ

Skalentheorie

Korrelationslänge

- Störung: Auswirkungen der Größenordnung der Wechselwirkung zwischen Flüssigkeitsmolekülen
- Diese Entfernung ist die Korrelationslänge ξ
- Beispiel Konsistenzlänge beim Polymermodell

Skalentheorie

Korrelationslänge

- Störung: Auswirkungen der Größenordnung der Wechselwirkung zwischen Flüssigkeitsmolekülen
- Diese Entfernung ist die Korrelationslänge ξ
- Beispiel Konsistenzlänge beim Polymermodell
- Beispiel Spins

Skalentheorie

Korrelationslänge

- Störung: Auswirkungen der Größenordnung der Wechselwirkung zwischen Flüssigkeitsmolekülen
- Diese Entfernung ist die Korrelationslänge ξ
- Beispiel Konsistenzlänge beim Polymermodell
- Beispiel Spins

Skalentheorie

Skalentheorie

- $\xi \sim |t|^{-\nu}$, $t = T^c - T$, $\nu = 1/2$ (MFT)

Skalentheorie

Skalentheorie

- $\xi \sim |t|^{-\nu}$, $t = T^c - T$, $\nu = 1/2$ (MFT)
- In der Nähe des kritischen Punktes wird ξ makroskopisch groß und divergiert bei $T = T_c$

Skalentheorie

Skalentheorie

- $\xi \sim |t|^{-\nu}$, $t = T^c - T$, $\nu = 1/2$ (MFT)
- In der Nähe des kritischen Punktes wird ξ makroskopisch groß und divergiert bei $T = T_c$
- Postulat: ξ ist einzige charakteristische Größe eines Systems bei $T = T_c$

Skalentheorie

Skalentheorie

- $\xi \sim |t|^{-\nu}$, $t = T^c - T$, $\nu = 1/2$ (MFT)
- In der Nähe des kritischen Punktes wird ξ makroskopisch groß und divergiert bei $T = T_c$
- Postulat: ξ ist einzige charakteristische Größe eines Systems bei $T = T_c$
- Alle anderen Größen werden abhängig davon gemessen

Skalentheorie

Skalentheorie

- $\xi \sim |t|^{-\nu}$, $t = T^c - T$, $\nu = 1/2$ (MFT)
- In der Nähe des kritischen Punktes wird ξ makroskopisch groß und divergiert bei $T = T_c$
- Postulat: ξ ist einzige charakteristische Größe eines Systems bei $T = T_c$
- Alle anderen Größen werden abhängig davon gemessen

Skalentheorie

Skalenansatz

- Suche Funktionen $F(\xi)$, die das System beschreiben

Skalentheorie

Skalenansatz

- Suche Funktionen $F(\xi)$, die das System beschreiben
- Drücke hierfür die Parameter des Systems durch ξ aus

Skalentheorie

Skalenansatz

- Suche Funktionen $F(\xi)$, die das System beschreiben
- Drücke hierfür die Parameter des Systems durch ξ aus
- Möglichkeit: Längenartige Dimension proportional zu ξ

Skalentheorie

Skalenansatz

- Suche Funktionen $F(\xi)$, die das System beschreiben
- Drücke hierfür die Parameter des Systems durch ξ aus
- Möglichkeit: Längenartige Dimension proportional zu ξ
- Beispiel: G/kT dimensionslos $\rightarrow [g] = L^{-d}$, $g = G/kTV$
- $[\Gamma(x)] = L^{2-d-\eta}$
- $[M/V] = L^{(2-d-\eta)/2}$
- $[kT_x] = L^{2-\eta}$
- $M = -\partial G / \partial H \rightarrow [H/kT] = [g]/[M/V]$ oder
 $[H/kT] = L^{(2+d-\eta)/2}$

Skalentheorie

Skalenansatz

- Suche Funktionen $F(\xi)$, die das System beschreiben
- Drücke hierfür die Parameter des Systems durch ξ aus
- Möglichkeit: Längenartige Dimension proportional zu ξ
- Beispiel: G/kT dimensionslos $\rightarrow [g] = L^{-d}$, $g = G/kTV$
- $[\Gamma(x)] = L^{2-d-\eta}$
- $[M/V] = L^{(2-d-\eta)/2}$
- $[kT_x] = L^{2-\eta}$
- $M = -\partial G / \partial H \rightarrow [H/kT] = [g]/[M/V]$ oder
 $[H/kT] = L^{(2+d-\eta)/2}$
- Ersetze L durch ξ , $\xi \sim |t|^{-\nu}$

Skalentheorie

Skalenansatz

- Suche Funktionen $F(\xi)$, die das System beschreiben
- Drücke hierfür die Parameter des Systems durch ξ aus
- Möglichkeit: Längenartige Dimension proportional zu ξ
- Beispiel: G/kT dimensionslos $\rightarrow [g] = L^{-d}$, $g = G/kTV$
- $[\Gamma(x)] = L^{2-d-\eta}$
- $[M/V] = L^{(2-d-\eta)/2}$
- $[kT_x] = L^{2-\eta}$
- $M = -\partial G / \partial H \rightarrow [H/kT] = [g]/[M/V]$ oder
 $[H/kT] = L^{(2+d-\eta)/2}$
- Ersetze L durch ξ , $\xi \sim |t|^{-\nu}$
- Daraus lassen sich alle kritischen Exponenten herleiten

Skalentheorie

Skalenansatz

- Suche Funktionen $F(\xi)$, die das System beschreiben
- Drücke hierfür die Parameter des Systems durch ξ aus
- Möglichkeit: Längenartige Dimension proportional zu ξ
- Beispiel: G/kT dimensionslos $\rightarrow [g] = L^{-d}$, $g = G/kTV$
- $[\Gamma(x)] = L^{2-d-\eta}$
- $[M/V] = L^{(2-d-\eta)/2}$
- $[kT_x] = L^{2-\eta}$
- $M = -\partial G / \partial H \rightarrow [H/kT] = [g]/[M/V]$ oder
 $[H/kT] = L^{(2+d-\eta)/2}$
- Ersetze L durch ξ , $\xi \sim |t|^{-\nu}$
- Daraus lassen sich alle kritischen Exponenten herleiten

Skalentheorie

Skalenansatz

Allgemein: $\Gamma(\mathbf{x}) \rightarrow |\mathbf{x}|^{-p} \mathcal{F}(\mathbf{x} / \xi)$, $p = d - 2 + \eta$

Skalentheorie

Skaleninvarianz

- Phasenübergängen zweiter Art: $T = T_c$: skaleninvariantes Verhalten der Eigenschaft, die der Ordnungsparameter beschreibt

Skalentheorie

Skaleninvarianz

- Phasenübergängen zweiter Art: $T = T_c$: skaleninvariantes Verhalten der Eigenschaft, die der Ordnungsparameter beschreibt
- Beispiel: Übergang Ferro-/ Paramagnet im Ising-Modell

Skalentheorie

Skaleninvarianz

- Phasenübergängen zweiter Art: $T = T_c$: skaleninvariantes Verhalten der Eigenschaft, die der Ordnungsparameter beschreibt
- Beispiel: Übergang Ferro-/ Paramagnet im Ising-Modell
- Hier ist die Verteilung von Spin-Clustern räumlich skaleninvariant, d. h. es gibt Cluster auf allen Größenskalen

Skalentheorie

Skaleninvarianz

- Phasenübergängen zweiter Art: $T = T_c$: skaleninvariantes Verhalten der Eigenschaft, die der Ordnungsparameter beschreibt
- Beispiel: Übergang Ferro-/ Paramagnet im Ising-Modell
- Hier ist die Verteilung von Spin-Clustern räumlich skaleninvariant, d. h. es gibt Cluster auf allen Größenskalen
- T_c entspricht Perkolationschwelle

Skalentheorie

Skaleninvarianz

- Phasenübergängen zweiter Art: $T = T_c$: skaleninvariantes Verhalten der Eigenschaft, die der Ordnungsparameter beschreibt
- Beispiel: Übergang Ferro-/ Paramagnet im Ising-Modell
- Hier ist die Verteilung von Spin-Clustern räumlich skaleninvariant, d. h. es gibt Cluster auf allen Größenskalen
- T_c entspricht Perkolationschwelle

Skalentheorie

Beispiel: Block-Spin-Transformation

- Zweidimensionales Ising-Modells bei $T=T_c$ und $H = 0$

Skalentheorie

Beispiel: Block-Spin-Transformation

- Zweidimensionales Ising-Modells bei $T=T_c$ und $H = 0$
- Zu sehen sind Cluster von down-Spins aller Größen

Skalentheorie

Beispiel: Block-Spin-Transformation

- Zweidimensionales Ising-Modells bei $T=T_c$ und $H = 0$
- Zu sehen sind Cluster von down-Spins aller Größen
- 3x3-Blocks werden renormiert: Down-Spins überwiegen → einzelner Down-Spin wird zugewiesen

Skalentheorie

Beispiel: Block-Spin-Transformation

- Zweidimensionales Ising-Modells bei $T=T_c$ und $H = 0$
- Zu sehen sind Cluster von down-Spins aller Größen
- 3x3-Blocks werden renormiert: Down-Spins überwiegen → einzelner Down-Spin wird zugewiesen
- Tatsächlich beide Zustände *statistisch* die selben

Skalentheorie

Beispiel: Block-Spin-Transformation

- Zweidimensionales Ising-Modells bei $T=T_c$ und $H = 0$
- Zu sehen sind Cluster von down-Spins aller Größen
- 3x3-Blocks werden renormiert: Down-Spins überwiegen \rightarrow einzelner Down-Spin wird zugewiesen
- Tatsächlich beide Zustände *statistisch* die selben
- Selbst wenn man diese Transformation beliebig oft durchführt, bleibt das Bild erhalten

Skalentheorie

Beispiel: Block-Spin-Transformation

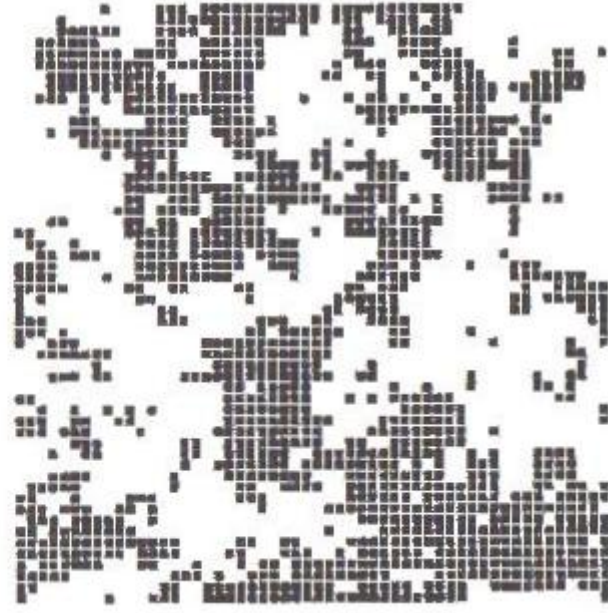
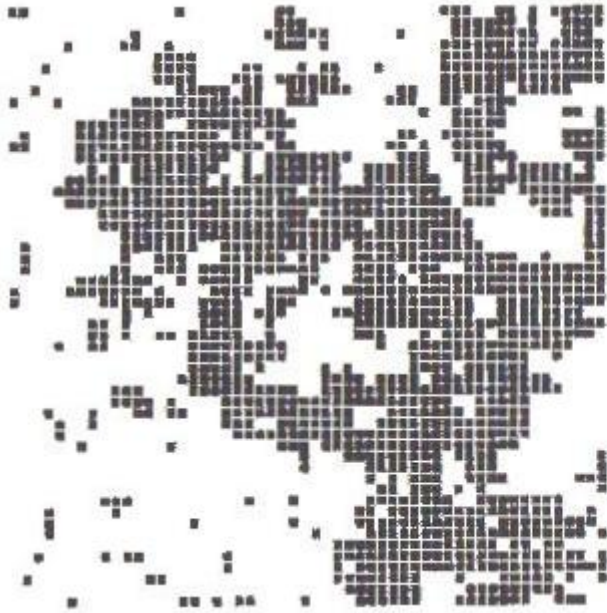
- Zweidimensionales Ising-Modells bei $T=T_c$ und $H = 0$
- Zu sehen sind Cluster von down-Spins aller Größen
- 3x3-Blocks werden renormiert: Down-Spins überwiegen → einzelner Down-Spin wird zugewiesen
- Tatsächlich beide Zustände *statistisch* die selben
- Selbst wenn man diese Transformation beliebig oft durchführt, bleibt das Bild erhalten
- Das zeigt deutlich eine Skaleninvarianz des kritischen Systems

Skalentheorie

Beispiel: Block-Spin-Transformation

- Zweidimensionales Ising-Modells bei $T=T_c$ und $H = 0$
- Zu sehen sind Cluster von down-Spins aller Größen
- 3x3-Blocks werden renormiert: Down-Spins überwiegen → einzelner Down-Spin wird zugewiesen
- Tatsächlich beide Zustände *statistisch* die selben
- Selbst wenn man diese Transformation beliebig oft durchführt, bleibt das Bild erhalten
- Das zeigt deutlich eine Skaleninvarianz des kritischen Systems

Skalentheorie



Skalentheorie

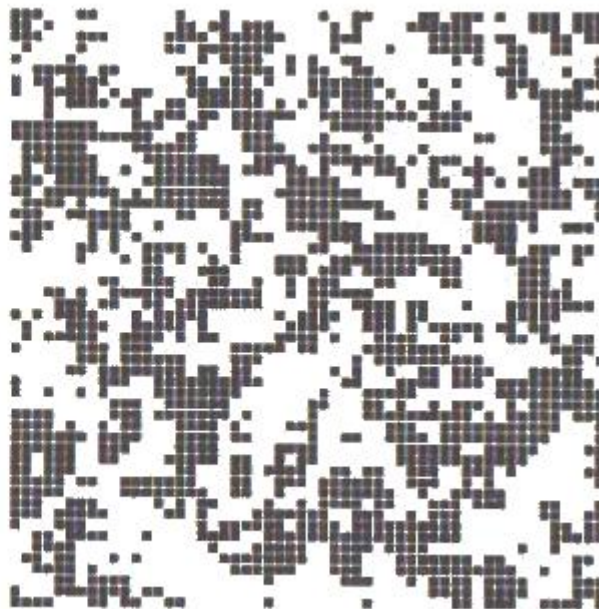
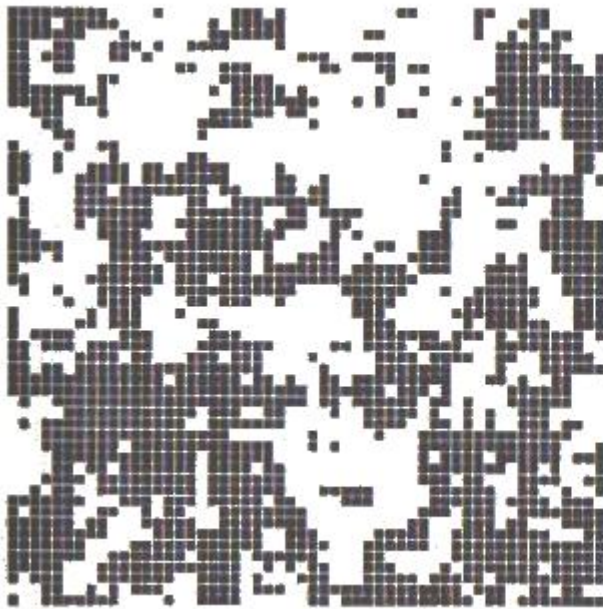
$T > T_c$:

- Das Bild verändert sich schon nach wenigen Schritten stark
- Die statistische Verteilung ändert sich signifikant

Skalentheorie

$T > T_c$:

- Das Bild verändert sich schon nach wenigen Schritten stark
- Die statistische Verteilung ändert sich signifikant



Ausblick: Renormalisierungstheorie

Allgemein:

- Betrachte Reskalierung des Systems

Ausblick: Renormalisierungsgruppentheorie

Allgemein:

- Betrachte Reskalierung des Systems
- System läuft in Fixpunkt

Ausblick: Renormalisierungsgruppentheorie

Allgemein:

- Betrachte Reskalierung des Systems
- System läuft in Fixpunkt
- → Korrelationslänge bleibt erhalten

Ausblick: Renormalisierungsgruppentheorie

Allgemein:

- Betrachte Reskalierung des Systems
- System läuft in Fixpunkt
- \rightarrow Korrelationslänge bleibt erhalten
- $\rightarrow \xi = 0 \vee \xi = \infty$

Ausblick: Renormalisierungsgruppentheorie

Allgemein:

- Betrachte Reskalierung des Systems
- System läuft in Fixpunkt
- \rightarrow Korrelationslänge bleibt erhalten
- $\rightarrow \xi = 0 \vee \xi = \infty$
- $\xi = \infty \rightarrow$ Übergang zweiter Ordnung

Ausblick: Renormalisierungsgruppentheorie

Allgemein:

- Betrachte Reskalierung des Systems
- System läuft in Fixpunkt
- \rightarrow Korrelationslänge bleibt erhalten
- $\rightarrow \xi = 0 \vee \xi = \infty$
- $\xi = \infty \rightarrow$ Übergang zweiter Ordnung

Ausblick: Renormalisierungstheorie

Allgemein:

- $\{K\} \equiv (K_1, K_2, \dots)$ ist die Menge aller möglichen Paarungen eines Spins

Ausblick: Renormalisierungstheorie

Allgemein:

- $\{K\} \equiv (K_1, K_2, \dots)$ ist die Menge aller möglichen Paarungen eines Spins
- Transformation $\{K'\} = R(\{K\})$

Ausblick: Renormalisierungsgruppentheorie

Allgemein:

- $\{K\} \equiv (K_1, K_2, \dots)$ ist die Menge aller möglichen Paarungen eines Spins
- Transformation $\{K'\} = R(\{K\})$
- R hängt ab von der Transformation und einem Reskalierungsparameter b

Ausblick: Renormalisierungstheorie

Allgemein:

- $\{K\} \equiv (K_1, K_2, \dots)$ ist die Menge aller möglichen Paarungen eines Spins
- Transformation $\{K'\} = R(\{K\})$
- R hängt ab von der Transformation und einem Reskalierungsparameter b
- Fixpunkt bei $\{K\} = \{K^*\} \rightarrow$ Abweichungen um diesen Punkt:

Ausblick: Renormalisierungstheorie

Allgemein:

- $\{K\} \equiv (K_1, K_2, \dots)$ ist die Menge aller möglichen Paarungen eines Spins
- Transformation $\{K'\} = R(\{K\})$
- R hängt ab von der Transformation und einem Reskalierungsparameter b
- Fixpunkt bei $\{K\} = \{K^*\} \rightarrow$ Abweichungen um diesen Punkt:
- $K'_a - K^*_a \sim \sum_b T_{ab} (K_b - K^*_b)$, mit $T_{ab} = \delta K'_a / \delta K_b |_{K=K^*}$

Ausblick: Renormalisierungstheorie

Allgemein:

- $\{K\} \equiv (K_1, K_2, \dots)$ ist die Menge aller möglichen Paarungen eines Spins
- Transformation $\{K'\} = R(\{K\})$
- R hängt ab von der Transformation und einem Reskalierungsparameter b
- Fixpunkt bei $\{K\} = \{K^*\} \rightarrow$ Abweichungen um diesen Punkt:
- $K'_a - K^*_a \sim \sum_b T_{ab} (K_b - K^*_b)$, mit $T_{ab} = \delta K'_a / \delta K_b |_{K=K^*}$
- Definiere $u_i \equiv \sum_a \Phi_{ia} (K_a - K^*_a)$ als Linearkombinationen der $K_a - K^*_a$

Ausblick: Renormalisierungstheorie

Allgemein:

- $\{K\} \equiv (K_1, K_2, \dots)$ ist die Menge aller möglichen Paarungen eines Spins
- Transformation $\{K'\} = R(\{K\})$
- R hängt ab von der Transformation und einem Reskalierungsparameter b
- Fixpunkt bei $\{K\} = \{K^*\} \rightarrow$ Abweichungen um diesen Punkt:
- $K'_a - K^*_a \sim \sum_b T_{ab} (K_b - K^*_b)$, mit $T_{ab} = \delta K'_a / \delta K_b |_{K=K^*}$
- Definiere $u_i \equiv \sum_a \Phi_{ia} (K_a - K^*_a)$ als Linearkombinationen der $K_a - K^*_a$
- Diese Skalenvariablen transformieren multiplikativ um den Fixpunkt:
 $u'_i = \sum_a \Phi_{ia} (K'_a - K^*_a) = \sum_{a,b} \Phi_{ia} T_{ab} (K_b - K^*_b) = \sum_b \lambda_i \Phi_{ib} (K_b - K^*_b) = \lambda_i u_i$

Ausblick: Renormalisierungsgruppentheorie

Allgemein:

- $\{K\} \equiv (K_1, K_2, \dots)$ ist die Menge aller möglichen Paarungen eines Spins
- Transformation $\{K'\} = R(\{K\})$
- R hängt ab von der Transformation und einem Reskalierungsparameter b
- Fixpunkt bei $\{K\} = \{K^*\} \rightarrow$ Abweichungen um diesen Punkt:
- $K'_a - K^*_a \sim \sum_b T_{ab} (K_b - K^*_b)$, mit $T_{ab} = \delta K'_a / \delta K_b |_{K=K^*}$
- Definiere $u_i \equiv \sum_a \Phi_{ia} (K_a - K^*_a)$ als Linearkombinationen der $K_a - K^*_a$
- Diese Skalenvariablen transformieren multiplikativ um den Fixpunkt:
$$u'_i = \sum_a \Phi_{ia} (K'_a - K^*_a) = \sum_{a,b} \Phi_{ia} T_{ab} (K_b - K^*_b) = \sum_b \lambda_i \Phi_{ib} (K_b - K^*_b) = \lambda_i u_i$$

Ausblick:

Renormalisierungsgruppentheorie

- Es erweist sich als günstig, y_i zu definieren als $\lambda_i = b^{y_i}$
- Die y_i werden Renormalisierungsgruppen-Eigenvektoren genannt und sind mit den kritischen Exponenten verwandt

Ausblick:

Renormalisierungsgruppentheorie

- Es erweist sich als günstig, y_i zu definieren als $\lambda_i = b^{y_i}$
- Die y_i werden Renormalisierungsgruppen-Eigenvektoren genannt und sind mit den kritischen Exponenten verwandt
- Es gibt drei verschiedene Fälle:
 - $y_i > 0$: u_i wird *relevant* genannt: Bei wiederholten Iterationen entfernt sich das System von seinem ursprünglichen Wert
 - $y_i < 0$: u_i ist *irrelevant*: Wenn man nahe genug am Fixpunkt startet, geht u_i gegen 0
 - $y_i = 0$: u_i ist *marginal*: In diesem Fall kann man nicht vorhersagen, ob u_i sich vom Fixpunkt wegbewegt oder darauf zu

Ausblick:

Renormalisierungsgruppentheorie

- Es erweist sich als günstig, y_i zu definieren als $\lambda_i = b^{y_i}$
- Die y_i werden Renormalisierungsgruppen-Eigenvektoren genannt und sind mit den kritischen Exponenten verwandt
- Es gibt drei verschiedene Fälle:
 - $y_i > 0$: u_i wird *relevant* genannt: Bei wiederholten Iterationen entfernt sich das System von seinem ursprünglichen Wert
 - $y_i < 0$: u_i ist *irrelevant*: Wenn man nahe genug am Fixpunkt startet, geht u_i gegen 0
 - $y_i = 0$: u_i ist *marginal*: In diesem Fall kann man nicht vorhersagen, ob u_i sich vom Fixpunkt wegbewegt oder darauf zu

Ausblick:

Renormalisierungsgruppentheorie

Betrachten eines Fixpunktes mit n relevanten Eigenwerten:

- Der Raum um den Fixpunkt habe m Dimensionen

Ausblick:

Renormalisierungsgruppentheorie

Betrachten eines Fixpunktes mit n relevanten Eigenwerten:

- Der Raum um den Fixpunkt habe m Dimensionen
- \rightarrow $(m - n)$ -dimensionale Hyperebene in der Umgebung des Fixpunktes

Ausblick:

Renormalisierungsgruppentheorie

Betrachten eines Fixpunktes mit n relevanten Eigenwerten:

- Der Raum um den Fixpunkt habe m Dimensionen
- \rightarrow $(m - n)$ -dimensionale Hyperebene in der Umgebung des Fixpunktes
- Enthält die Punkte die vom Fixpunkt beeinflusst werden

Ausblick:

Renormalisierungstheorie

Betrachten eines Fixpunktes mit n relevanten Eigenwerten:

- Der Raum um den Fixpunkt habe m Dimensionen
- \rightarrow $(m - n)$ -dimensionale Hyperebene in der Umgebung des Fixpunktes
- Enthält die Punkte die vom Fixpunkt beeinflusst werden
- Wird *kritische Oberfläche* genannt (Fernwirkung)

Ausblick:

Renormalisierungstheorie

Betrachten eines Fixpunktes mit n relevanten Eigenwerten:

- Der Raum um den Fixpunkt habe m Dimensionen
- \rightarrow $(m - n)$ -dimensionale Hyperebene in der Umgebung des Fixpunktes
- Enthält die Punkte die vom Fixpunkt beeinflusst werden
- Wird *kritische Oberfläche* genannt (Fernwirkung)
- Paarkonstanten K_a hängen ab von physikalischen Parametern wie Temperatur, Druck oder Magnetfeld

Ausblick:

Renormalisierungsgruppentheorie

Betrachten eines Fixpunktes mit n relevanten Eigenwerten:

- Der Raum um den Fixpunkt habe m Dimensionen
- \rightarrow $(m - n)$ -dimensionale Hyperebene in der Umgebung des Fixpunktes
- Enthält die Punkte die vom Fixpunkt beeinflusst werden
- Wird *kritische Oberfläche* genannt (Fernwirkung)
- Paarkonstanten K_a hängen ab von physikalischen Parametern wie Temperatur, Druck oder Magnetfeld
- Im Beispiel des Ferromagnetischen Ising-Modells sind zwei dieser Parameter (T und H) einzustellen, um das System an seinen kritischen Punkte zu bringen. Das Gleiche gilt für einfache Flüssigkeiten (P und T)

Ausblick:

Renormalisierungsgruppentheorie

Betrachten eines Fixpunktes mit n relevanten Eigenwerten:

- Der Raum um den Fixpunkt habe m Dimensionen
- \rightarrow $(m - n)$ -dimensionale Hyperebene in der Umgebung des Fixpunktes
- Enthält die Punkte die vom Fixpunkt beeinflusst werden
- Wird *kritische Oberfläche* genannt (Fernwirkung)
- Paarkonstanten K_a hängen ab von physikalischen Parametern wie Temperatur, Druck oder Magnetfeld
- Im Beispiel des Ferromagnetischen Ising-Modells sind zwei dieser Parameter (T und H) einzustellen, um das System an seinen kritischen Punkte zu bringen. Das Gleiche gilt für einfache Flüssigkeiten (P und T)

Quellen

- Kerson Huang – Statistical Mechanics
John Wiley & Sons, 2. Edition 1963
- Walter Greiner – Thermodynamik und Statistik
Harry Deutsch, 2. Auflage 1993
- John Cardy – Scaling and Renormalization in Statistical Physics
Cambridge University Press, 1996
- Nigel Goldenfeld – Lectures on Phase Transitions and the Renormalization Group
Westview Press, 1992
- Wolfgang Nolting – Statistische Physik
Springer, 4. Auflage 2002