WiSe 2007/08 19.10.2007

Prof. Dr. T. Franosch
Tobias Munk/Benedikt Obermayer

am Lehrstuhl für Statistische Physik
Biologische Physik & Weiche Materie
Arnold-Sommerfeld-Zentrum für Theoretische Physik
www.theorie.physik.uni-muenchen.de/lsfrey

Ludwig Maximilians Universität

R: Rechenmethoden der Theoretischen Physik

(Prof. T. Franosch)

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.1 *Vektorzerlegung*

Zerlegen Sie den Vektor $\vec{a} = (3, 5, 2)$ in einen Vektor $\vec{a}_{\parallel}$ parallel und einen Vektor $\vec{a}_{\perp}$ senkrecht zu $\vec{b} = (-1, 2, 1)$.

Aufgabe 1.2 *Skalar- und Vektorprodukt*

a) Beweisen Sie die sogenannte bac-cab-Regel für mehrfache Vektorprodukte

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}\,(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}\,(\vec{a} \cdot \vec{b})\,,$$

für Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$.

b) Zeigen Sie

(i) die Grassmann-Identität

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$$

(ii) und die Lagrange-Identität

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})(\vec{b} \cdot \vec{d}) - (\vec{a} \cdot \vec{d})(\vec{b} \cdot \vec{c})$$

Aufgabe 1.3 *Punkt auf Ebene*

a) Gegeben seien zwei lineare unabhängige Vektoren $\vec{A}$ und $\vec{B}$, die im $\mathbb{R}^3$ eine Ebene aufspannen. Ferner seinen die Ortsvektoren eines Punktes $\vec{D}$ gegeben, der auf der Ebene liegt, und eines Punktes $\vec{P}$, der nicht auf ihr liegt. Was ist der kürzeste Abstand Δ zwischen der Ebene und dem Punkt $\vec{P}$?

b) Berechnen Sie Mithilfe ihres vorherigen Ergebnisses den minimalen Abstand Δ für folgendes Beispiel: $\vec{A} = (1, 1, 0)$, $\vec{B} = (0, 1, -1)$, $\vec{D} = (2, 1 + 2\sqrt{3}, 1 - \sqrt{3})$, $\vec{P} = \sqrt{27}(-13, 4, -18)$.

Aufgabe 1.4 *Segeln*

a) Ein Segelboot segelt eine Stunde lang mit einer Geschwindigkeit $\vec{v}_B$ von 5 Seemeilen pro Stunde (relativ zum Wasser) einen Kurs 40 Grad (Nord-Ost); Kompass siehe unten. Gleichzeitig wird das Boot von einer konstanten Strömung $\vec{v}_S$ abgetrieben. Nach einer Stunde befindet es sich 10,3 Kilometer entfernt vom Startpunkt. Der Vektor $\vec{D}$, die den Start- mit dem Endpunkt verbindet, hat die Richtung 30 Grad (Nord-Ost). Wie lauten der Betrag und die Richtung der Strömungsgeschwindigkeit $\vec{v}_S$ in einem Koordinatensystem, in dem x nach Osten und y nach Norden zeigt?

Hilfestellung: Eine Seemeile entspricht einer Bogenminute bezüglich der Erdkugel, d. h. dem $(360{\cdot}60)$-ten Teil des Erdumfanges von 40000 Kilometern.

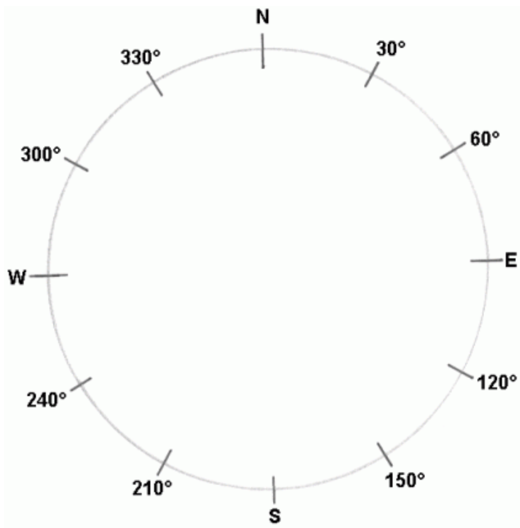
b) Der Wind v_W wehe aus 350 Grad (Nord-West) mit 20km/h. Aus welcher Richtung kommt der „scheinbarer Wind“ v'_W, das heißt der Wind für jemanden, der auf dem Boot steht? Für diese Rechnung soll die Wasserströmung vernachlässigt werden.

Welche Windrichtung und -stärke ist für den Vortrieb des Bootes entscheidend, der „scheinbarer Wind“ oder der „wahre Wind“ im Ruhesystem bezüglich der Erdoberfläche?

c) Sei nun $\vec{v}_S = (-0.8, 1.8)\,\text{km/h}$. Zusätzlich zur Bootsgeschwindigkeit und Strömung aus Teil a) soll jetzt die Abdrift durch die Windkraft aus Teil b) berücksichtigt werden. Das Segel des Bootes bilde die Winkelhalbierende zwischen Längsachse des Bootes und der Windrichtung im Ruhesystem des Bootes. Die Windkraft wirke senkrecht zum Segel.

Zerlegen sie die Kraft, die auf das Segelboot wirkt, in Anteile parallel und senkrecht zur Fahrtrichtung. Wir nehmen nun an, dass das Verhältnis der Reibungen für die Bootsbewegung parallel zur Bootsachse und senkrecht zu ihr 1/10 ist.

Wo befindet sich das Boot nach einer Stunde? Welche Distanz legt das Boot dabei gegen den Wind zurück?



Abgabe: Dienstag, 30.10.2007, bis 13:00 Uhr, Theresienstr. 37, Briefkästen vor Bibliothek (1. Stock). ***Bitte Lösungen in Schnellhefter abgeben. Namen der Zweiergruppe + Übungsgruppe auf die erste Seite schreiben!*** *Elektronische Abgabe (pdf-Dateien) nur in begründeten Ausnahmefällen nach Rücksprache mit dem Tutor/der Tutorin möglich.*