Arnold-Sommerfeld-Zentrum
Departement für Physik
Ludwig-Maximilian-Universität München

30. 11. 2005

TL IV: Thermodynamik für Lehramt im WS 2005/2006

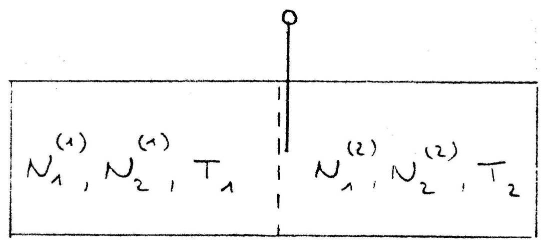
Prof. Dr. Th. Franosch

Übungsblatt 6

Übung 1

a) In einem Gefäß (Volumen V) befindet sich ein Gemisch aus zwei Isotopen (Molzahlen $n_1,\ n_2$) eines idealen Gases im thermischen Gleichgewicht mit einem Wärmebad (Temperatur T).
Man berechne die Entropie $S = S(U, V, n, n_1, n_2)$, wobei $n = n_1 + n_2$ und U die gesamte innere Energie bezeichnet, unter Zuhilfename eines Bezugspunktes $U_0,\ V_0,\ N_0$.
Berechnen Sie ebenso die chemischen Potentiale $\mu_1(T, p, \frac{N_1}{N}),\ \mu_2(T, p, \frac{N_2}{N})$, wobei p der Gesamtdruck der zwei Gase ist.

b) Ein adiabatischer Behälter ist durch einen adiabatischen Schieber in zwei gleichgroße Kammern geteilt (siehe Skizze). Nach dem Herausziehen des Schiebers sind die Kammern durch eine starre diatherme Membran getrennt, welche nur für das Isotop (1) durchlässig ist.
Man berechne $n_1^{(1)},\ n_2^{(1)},\ T,\ p^{(1)}$ und $p^{(2)}$ im Endgleichgewichtszustand als Funktion der



entsprechenden Größen vor dem Öffnen des Schiebers
$\mathring{n}_1^{(1)},\ \mathring{n}_2^{(1)},\ \mathring{n}_1^{(2)},\ \mathring{n}_2^{(2)},\ \mathring{T}_1,\ \mathring{T}_2,\ V_1 = V_2$.

Übung 2

Leiten Sie im aqllgemeinen Fall (d.h. nicht notwendigerweise ideales Gas) die Beziehungen

$$C_p = C_V + \frac{\alpha^2 VT}{\kappa_T} \qquad \text{(Mayer-Beziehung)}$$

und

$$\frac{\kappa_T}{\kappa_S} = \frac{C_p}{C_V} \qquad \text{(Reech-Beziehung)}$$

her.
Dabei erhält man C_p durch $C_p = T\frac{\partial S}{\partial T}\Big|_p$; der thermische Ausdehnungskoeffizient α ist durch $\alpha = \frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial T}\Big|_p$ definiert.

Hinweis: Stellen Sie δS und δV jeweils als Linearkombination von δT und δp dar.

Übung 3

Bei einem Gummifaden wird folgender Zusammenhang zwischen der Länge l, der Zugkraft Z und der Temperatur T festgestellt:

$$l = l_0 + \frac{\alpha Z}{T} \tag{1}$$

($l_0,\ \alpha$: Konstante)
(Die Zugkraft $Z = mg$ werde durch ein angehängtes Gewicht der Masse m realisiert).

Ferner ergibt das Experiment, daß man zum Erwärmen des Fadens um $1K$ bei festgehaltener Länge $l = l_0$, unabhängig von der Ausgangstemperatur, die konstante Wärmemenge $c < 0$ benötigt.

a) Zeigen Sie, daß die Wärmekapazität C_l des Fadens bei konstanter Lämge l weder von T noch von l abhängt.

b) Berechnen Sie die innere Energie $E(T, l)$ und die Entropie $S(T, l)$. Wie lauten die Adiabatengleichungen $T = T(l)$ und $Z = Z(l)$?

c) Skizzieren Sie die Isothermen und Adiabaten in einem $Z - l$-Diagramm.

d) Skizzieren Sie im $Z - l$-Diagramm einen Carnot'schen Kreisprozess. In welcher Richtung muß er durchlaufen werden, damit er als Wärmekraftmaschine wirkt?

e) Die beiden bei dem Carnot-Prozess durchlaufenen Isothermenstücke mögen zu den Temperaturen T_1 und $T_2 < T_1$ gehören, und Q_1 bzw. Q_2 seien die auf diesen Isothermen vom Faden aufgenommenen Wärmemengen. Berechnen Sie explizit $Q_1,\ Q_2$ und damit den Wirkungsgrad $\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$ des Carnot-Prozesses.
Benutzen Sie dazu den 1. Hauptsatz, die Zustandsgleichungen $E = E(T, l)$ und $Z = Z(T, l)$ des Fadens sowie - zur Elimination der Fadenlängen - die Adiabatengleichungen $T = T(l)$ oder die Beziehung $S = S(T, l)$.

f) Berechnen Sie die Wärmekapazität C_Z des Fadens bei konstanter Belastung Z.

g) Bei konstanter Belastung Z verkürzt sich der Faden, wenn er von T_1 auf $T_2 > T_1$ erwärmt wird. Welcher Bruchteil β der zugeführten Wärme wird dabei durch Heben des Gewichts in mechanische Arbeit umgewandelt? Warum ist $\beta < 1$?

h) Der Faden werde wärmeisoliert von l_1 auf $l_2 > l_1$ gedehnt. Wird er dabei wärnmer oder kälter? Berechnen Sie die Temperaturänderung.

i) Der zunächst mit Z belastete Faden der Temperatur T werde plötzlich entlastet (Z=0). Die anschliessende Kontraktion des Fadens erfolge so schnell, daß dabei kein Wärmeaustausch mit der Umgebung möglich ist. Berechnen Sie die Entropiezunahme ΔS bei diesem irreversiblen Prozess als Funktion von Z und T. Wie kann man den glerichen Endzustand durch einen reversiblen Prozess erreichen und ΔS durch Integration von $\frac{\delta Q}{T}$ berechnen?

Hinweis: Benutzen Sie den 1. Hauptsatz $dU = \delta Q_{rev} + \delta W_{rev}$, mit $\delta Q_{rev} = TdS$ und $\delta W_{rev} = Zdl$.